

## SỰ KHÁC BIỆT GIỮA TƯ DUY THỐNG KÊ VÀ TƯ DUY TOÁN HỌC TRONG DẠY HỌC TOÁN

Nguyễn Trường Sinh\*, Nguyễn Văn Hiếu

Trường Đại học Công nghiệp Thực phẩm TP.HCM

\*Email: [sinhnt@hufi.edu.vn](mailto:sinhnt@hufi.edu.vn)

Ngày gửi bài: 15/6/2022; Ngày chấp nhận đăng: 15/7/2022

### TÓM TẮT

Ngày càng có nhiều quốc gia triển khai cách tiếp cận dạy học toán ở phổ thông theo định hướng phát triển năng lực toán học. Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018 của Việt Nam đã thể hiện rõ quan điểm đổi mới theo cách tiếp cận này. Trong đó, hình thành và phát triển các năng lực tư duy toán học và tư duy thống kê một trong những mục tiêu quan trọng của dạy học toán. Bài báo muốn làm rõ sự khác biệt giữa năng lực tư duy thống kê với năng lực tư duy toán học, cách phân biệt và lựa chọn giữa chúng để giải quyết vấn đề. Mục đích là để hỗ trợ công tác xây dựng và tổ chức các hoạt động dạy học của giáo viên.

*Từ khóa:* Năng lực, thống kê, dạy học, toán học, tư duy.

### 1. MỞ ĐẦU

Thống kê là một lĩnh vực khoa học đem lại vô vàn giá trị tích cực cho cuộc sống hàng ngày và đồng thời là công cụ rất hữu ích cho nhiều ngành khoa học khác. Lĩnh vực này cung cấp các công cụ được chứng minh là độc đáo và hiệu quả trong sử dụng để đưa ra những quyết định có ý nghĩa dựa trên dữ liệu. Tuy nhiên, kết luận đưa ra sau phân tích dữ liệu luôn chứa đựng rủi ro thể hiện qua các biến động và sai lệch đến từ tính không chắc chắn của hầu hết các hiện tượng trong tự nhiên và xã hội. Do đó, “đối phó với sự không chắc chắn là cần thiết trong cuộc sống hàng ngày và đó là lý do quan trọng hàng đầu dẫn đến việc thúc đẩy giảng dạy thống kê và các yếu tố của lý thuyết xác suất trong toán học ở phổ thông” [1] bởi vì tầm quan trọng của thống kê được dự báo rằng: “Một ngày nào đó, tư duy thống kê sẽ cần thiết cho việc trở thành công dân hiệu quả như khả năng đọc và viết” [2].

Ở Việt Nam, chương trình giáo dục phổ thông môn Toán do Bộ Giáo dục và Đào tạo ban hành ngày 26 tháng 12 năm 2018 đã xác định: *Thống kê và Xác suất là một trong ba mạch kiến thức cốt lõi trong giáo dục Toán học bậc phổ thông* [3]. Trong đó, thống kê là phần được điều chỉnh đáng kể hơn về nội dung, mục tiêu và cả cách phân bổ trong các cấp học. Mặc dù sự thay đổi này phù hợp với xu hướng chung của giáo dục phổ thông ở nhiều nước trên thế giới, như kết quả nghiên cứu của dự án Chương trình Đánh giá Học sinh Quốc tế (PISA) thuộc Tổ chức Hợp tác và Phát triển Kinh tế (OECD) về vai trò của dữ liệu, thống kê và xác suất, nhưng cũng đem lại không ít thách thức đối với công tác dạy học và đào tạo sư phạm của giáo viên toán. Chẳng hạn, giáo viên có xu hướng dạy thống kê như là toán học. Tuy nhiên, thống kê nên được xem là một ngành riêng biệt thay vì là một nhánh của toán học bởi vì phương thức tư duy của chúng về cơ bản là khác nhau. Trên thực tế, “thống kê sử dụng nhiều và thiết yếu của toán học, nhưng vẫn có lãnh thổ riêng để khám phá và các khái niệm cốt lõi của riêng nó dẫn đường cho khám phá này” [4] và “học làm thống kê về cơ bản là học cách tư duy và giao tiếp theo thống kê” [5].

Một trong những mục tiêu quan trọng của dạy học toán là giúp học sinh hình thành và phát triển năng lực toán học với năm thành tố cốt lõi sau: năng lực tư duy và lập luận toán học; năng lực mô hình hóa toán học; năng lực giải quyết vấn đề toán học; năng lực giao tiếp toán

học; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán. Trong đó, “Thống kê và xác suất tạo cho học sinh khả năng nhận thức và phân tích các thông tin được thể hiện dưới nhiều hình thức khác nhau, hiểu bản chất xác suất của nhiều sự phụ thuộc trong thực tế, hình thành sự hiểu biết về vai trò của thống kê như là một nguồn thông tin quan trọng về mặt xã hội, **biết áp dụng tư duy thống kê để phân tích dữ liệu**” [1]. Mục tiêu dạy học sinh biết sử dụng tư duy thống kê trong phân tích dữ liệu là động lực để tìm hiểu các khái niệm liên quan đến tư duy toán học và tư duy thống kê nhằm trả lời cho các câu hỏi: Năng lực tư duy toán học là gì? Năng lực tư duy thống kê là gì? Đây là khác biệt giữa hai loại năng lực tư duy này? Làm thế nào để giúp học sinh phân biệt và chọn đúng giữa chúng trong giải quyết vấn đề?

## 2. KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU

### 2.1. Năng lực là gì?

Meier *et al* (2018) định nghĩa: “Năng lực là khả năng thực hiện thành công và có trách nhiệm các nhiệm vụ, giải quyết các vấn đề trong các tình huống xác định cũng như các tình huống thay đổi trên cơ sở huy động tổng hợp các kiến thức, kỹ năng và các thuộc tính tâm lý khác như động cơ, ý chí, quan niệm giá trị ..., suy nghĩ thấu đáo và sự sẵn sàng hành động.” [6]. Cấu trúc của năng lực gồm bốn thành phần: Năng lực chuyên môn, năng lực phương pháp, năng lực xã hội, năng lực cá thể. Hình thành và phát triển mô hình gồm bốn thành phần này của năng lực phù hợp tương ứng với bốn mục tiêu giáo dục theo Tổ chức Giáo dục, Khoa học và Văn hóa Liên hợp quốc (UNESCO), bao gồm: Học để biết, học để làm, học để cùng chung sống và học để tự khẳng định.

Năng lực về một lĩnh vực, hiểu theo nghĩa thông thường, biểu thị qua khả năng nắm vững các khía cạnh và nhu cầu thiết yếu của lĩnh vực đó; đồng thời có khả năng hành động hiệu quả trên cơ sở được đánh giá tổng quan và xác đáng. Như vậy, bất kì loại năng lực nào cũng không thể được thực hiện độc lập với con người và nó là tài sản mà một người có thể sở hữu ở một mức độ nào đó để có thể dùng trong một số tình huống và bối cảnh nhất định. Tổng quát hơn, “Năng lực là sự sẵn sàng sâu sắc của một người nào đó để hành động một cách thích hợp trước các thách thức của những tình huống nhất định” [7].

Theo định nghĩa trên, năng lực có 3 đặc điểm chính. Đầu tiên, năng lực là phải hướng đến “hành động” theo nghĩa rộng, xoay quanh các hành động thể chất cũng như tinh thần, bao gồm cả việc ra quyết định. Hơn nữa, sự sẵn sàng trong hành động cũng có thể liên quan đến một quyết định rõ ràng và có ý thức để không thực hiện các hành động cụ thể trong một tình huống nhất định. Thứ hai, sự sẵn sàng hành động mà không thấu hiểu không phải là một thể hiện của năng lực. Thứ ba, bản chất của thách thức là rất đa dạng, từ thuần túy về trí tuệ hoặc khoa học, đạo đức, nghề nghiệp hoặc tài chính, cho đến thách thức thực tế. Hơn nữa, thách thức của người này có thể không phải là của người khác. Điều này cũng đúng với việc vượt qua thách thức có nghĩa là gì và phải làm gì. Vì vậy, thách thức và năng lực thể hiện tính hai mặt cố hữu giữa các khía cạnh chủ quan và văn hóa xã hội. Mức độ mà “một số hành động nhất định đáp ứng được các thách thức” sẽ mang lại ý nghĩa và tính hợp pháp cho các hành động luôn là câu hỏi cho những “người am hiểu”.

### 2.2. Năng lực toán học

Những hiểu biết về năng lực lúc này là thời điểm để xác định năng lực toán học có nghĩa là gì, tất nhiên chỉ liên quan đến các tình huống và ngữ cảnh mà trong đó có ít nhất một số thách thức có bản chất toán học. Cụ thể là, lĩnh vực toán học được đưa vào định nghĩa của năng lực để hình thành một định nghĩa được cập nhật như sau: “Năng lực toán học là sự sẵn sàng sâu sắc của một người nào đó để hành động một cách thích hợp nhằm đáp ứng tất cả các loại thách thức toán học liên quan đến các tình huống được cho.” [7]. Các tình huống được đề cập trong định nghĩa này không cần phải là tình huống của hoặc về toán học, miễn là chúng (có thể) tạo ra các thách thức toán học. Nghĩa là, những thách thức bao gồm tình huống và ngữ cảnh trong hoặc ngoài toán học thực sự hoặc có khả năng đòi hỏi sự kích hoạt toán học để trả lời câu hỏi, giải quyết vấn đề, hiểu các hiện

tượng, mối quan hệ hoặc cơ chế, hoặc lập trường hoặc việc ra quyết định, những nỗ lực làm nảy sinh “các thách thức” mà chúng ta nghĩ đến trong định nghĩa. Như vậy, khái niệm năng lực toán học tập trung vào việc triển khai toán học hơn là vào các vấn đề toán học. Do đó, chúng ta phải xác định các loại tình huống và những thách thức liên quan mà năng lực toán học có thể cho phép người ta đối phó, bản chất và đặc điểm của các hành động sẽ được thực hiện cũng như sự sẵn sàng sâu sắc liên quan đến việc thực hiện chúng. Từ khái niệm chung về năng lực toán học, Niss *et al* (2019) đưa ra định nghĩa cho một loại năng lực nào đó của toán học: “Một năng lực toán học là sự sẵn sàng sáng suốt của một người nào đó để hành động một cách thích hợp nhằm đáp ứng với một loại thử thách toán học cụ thể trong các tình huống nhất định” [7].

Vì vậy, trong khi năng lực toán học liên quan đến việc kích hoạt toán học để đối phó với tất cả các loại thách thức của một tình huống hoặc bối cảnh, thì một năng lực toán học tập trung vào việc kích hoạt toán học để đối phó với một loại thách thức cụ thể mà thực sự hoặc có khả năng đòi hỏi “các loại kích hoạt cụ thể” của toán học để trả lời câu hỏi, giải quyết vấn đề, hiểu các hiện tượng, mối quan hệ hoặc cơ chế, hoặc để thể hiện lập trường hoặc đưa ra quyết định. Nói cách khác, Niss *et al* (2019) cho rằng: năng lực toán học là một cấu trúc lớn được tạo thành bởi một tập hợp các loại năng lực toán học và năng lực toán học về cơ bản là cấu trúc của nhận thức [7].

Hiển nhiên, những gì được coi là “yếu tố cấu thành chính” của năng lực toán học không phải là tự giải thích, thậm chí không được xác định rõ ràng. Do đó, khi tìm kiếm “loại năng lực phù hợp”, có hai điều nên được tránh. Đầu tiên là cung cấp không đủ chứng minh và đặc tả kỹ thuật của khái niệm năng lực toán học, điều này có thể chỉ đơn giản là lặp lại định nghĩa dưới một số hình thức. Thứ hai, ngược lại, cung cấp quá nhiều chi tiết trong đặc điểm kỹ thuật, chẳng hạn một danh sách dài các yếu tố, khiến chúng ta không thể nhìn thấy khu rừng với tất cả các cây của nó. Để đạt được sự cân bằng đòi hỏi sự kết hợp của sức mạnh phân tích và sự rõ ràng cũng như chủ nghĩa thực dụng. Niss *et al* (2019) đã đặt ra mục tiêu xây dựng một tập hợp vừa đủ các năng lực một cách thuyết phục, rõ ràng và dễ nắm bắt nhưng phải bao trùm và trải dài toàn bộ các hoạt động toán học cũng như không gây phức tạp cho nỗ lực của quá trình này [7].

Theo Niss *et al* (2019), để xác định các loại thách thức và các cách thức liên quan để kích hoạt toán học được coi là yếu tố cấu thành chính trong năng lực toán học, trước tiên họ đưa ra sơ lược về mục đích, bản chất và vai trò của hoạt động toán học. Mục đích bao trùm của hoạt động toán học là đặt ra và trả lời các câu hỏi trong hoặc bằng phương tiện toán học. Khả năng tham gia hiệu quả vào việc đặt ra và trả lời những câu hỏi như vậy có bốn thành phần khác nhau: tư duy toán học cơ bản; đặt ra và giải quyết vấn đề toán học; xử lý các mô hình toán học và mô hình hóa; đảm nhận lý luận toán học. Hơn nữa, khả năng thực hiện các hoạt động toán học cũng liên quan đến việc thông thạo ngôn ngữ toán học, các cấu trúc và các công cụ, và do đó, một lần nữa có bốn thành phần khác nhau: xử lý các biểu diễn toán học; đối phó với các ký hiệu toán học và chủ nghĩa hình thức; đảm nhận giao tiếp toán học; xử lý các công cụ và hỗ trợ toán học cần thiết” [7].

Bây giờ chúng ta đang ở vị trí để khám phá các khái niệm: năng lực tư duy toán học và năng lực tư duy thống kê. Đó là cơ sở để cung cấp hiểu biết cho giáo viên về những khác biệt giữa hai loại năng lực này và xác định những điều kiện cho phép phát triển năng lực tư duy thống kê dựa trên những đặc điểm đặc trưng của nó.

### 2.3. Năng lực tư duy toán học

Theo báo cáo được trình bày từ dự án KOM (năng lực và học tập của toán học) của Đan Mạch năm 2002, tư duy toán học là một trong số tám loại năng lực toán học. Năng lực tư duy toán học của một cá nhân thể hiện qua việc nắm vững các phương thức của tư duy toán học như:

- Đặt ra các câu hỏi đặc trưng của toán học, và biết loại câu trả lời (không nhất thiết là bản thân biết câu trả lời hoặc cách lấy chúng) mà toán học có thể đưa ra;
- Hiểu và xử lý phạm vi và giới hạn của một khái niệm nhất định.

- Mở rộng phạm vi của một khái niệm bằng cách trừu tượng hóa một số thuộc tính của nó; Khái quát hóa các kết quả cho các lớp đối tượng lớn hơn;
- Phân biệt giữa các loại phát biểu toán học khác nhau (bao gồm các khẳng định có điều kiện ('nếu-thì'), các câu lệnh đầy chất lượng hóa, các giả định, các định nghĩa, các định lý, các phỏng đoán, các trường hợp).

Trong phiên bản cập nhật khuôn khổ và thuật ngữ khái niệm liên quan đến năng lực và các năng lực của toán học, Niss *et al* (2019) đã bổ sung một số dạng câu hỏi đặc trưng của toán học có thể là: “có tồn tại không. . .?”, “Nếu vậy, trong điều kiện nào?”, và “bao nhiêu?”, “Nếu một đối tượng có đặc tính A thì nó có nhất thiết phải có đặc tính B không?”, “Có thể như vậy không. . .?”, “Kết luận này sẽ giữ nguyên giả định yếu hơn?”, “hàm ý nghịch đảo có đúng không?” v.v... [7]

Phiên bản cập nhật cũng đề cập rõ hơn đến việc mở rộng phạm vi của một khái niệm. Thông thường, phạm vi của một khái niệm (ví dụ: “số”, “góc” hoặc “hàm”) được mở rộng khi miền mà khái niệm được giới thiệu lần đầu được mở rộng (ví dụ: từ số tự nhiên đến số hữu tỉ, số thực hoặc số phức; từ hình học phẳng đến hình học 3D hoặc không gian vector; từ các hàm được xác định bởi biểu thức đại số tường minh đến các hàm được xác định trong các thuật ngữ lý thuyết tập hợp)

Tóm lại, năng lực này liên quan đến khả năng liên hệ và đặt ra các loại câu hỏi tổng quát đặc trưng của toán học và liên quan đến bản chất của các câu trả lời có thể được mong đợi cho các câu hỏi đó. Nó còn liên quan đến phạm vi khác nhau, trong các ngữ cảnh khác nhau, của một khái niệm hoặc thuật ngữ toán học, cũng như phân biệt giữa các loại và vai trò khác nhau của các phát biểu toán học (bao gồm định nghĩa, tuyên bố nếu-thì, tuyên bố phổ quát, tuyên bố tồn tại, tuyên bố liên quan đến các trường hợp đơn lẻ và phỏng đoán), và điều hướng liên quan đến vai trò của các kết nối và định lượng logic trong các tuyên bố đó, có thể là mệnh đề hoặc vị từ. Cuối cùng, nó liên quan đến và đề xuất “sự trừu tượng hóa” của các khái niệm và lý thuyết và “khái quát hóa” các tuyên bố (bao gồm các định lý và công thức) như là các quá trình trong hoạt động toán học.

Theo Franklin *et al* (2015), học sinh tham gia vào quá trình tư duy toán học thường đặt câu hỏi, “Bằng chứng ở đâu?”. Họ sử dụng các phép toán, khái quát hóa, trừu tượng hóa và không có ngữ cảnh [8].

Từ những phân tích trên, chúng tôi có một số nhận diện về năng lực tư duy toán học như sau:

- Năng lực tư duy toán học áp dụng kiểu suy luận suy diễn.
- Các phát biểu mang tính khẳng định, cụ thể và chắc chắn.
- Tư duy toán học là một kiểu tư duy của khoa học chính xác.

## 2.4. Năng lực tư duy thống kê

Theo Regnier: “Tư duy thống kê là một dạng của năng lực nhận thức.” [9]. Từ một vấn đề cần giải quyết bằng thống kê, học sinh tham gia vào quá trình tư duy bằng cách đưa ra những lập luận trừu tượng và định lượng. Chẳng hạn, họ đặt ra những câu hỏi như: Dữ liệu ở đâu? Phân tích dữ liệu bằng công cụ nào của thống kê cho phép giải quyết vấn đề? v.v... Họ lập luận khi có sự hiện diện của tính biến đổi và dự đoán, thừa nhận, giải thích và cho phép tính biến đổi trong dữ liệu vì nó liên quan đến một ngữ cảnh cụ thể [8].

Nhiều tiêu đề trong các văn bản, bài báo sử dụng cụm từ “Tư duy thống kê” nhưng rất ít người đưa ra một định nghĩa chính thức về nó. Do đó, một định nghĩa thống nhất cho khái niệm này ở tất cả lĩnh vực mà nó xuất hiện là không tồn tại. Theo định nghĩa của Moore (1998) đã nói, “Tư duy thống kê là một kiểu của suy luận độc lập, cơ bản, tổng quát về dữ liệu, sự biến thiên và ngẫu nhiên” [10]. Trong khi đó, Snee (1990) đã đưa ra một định nghĩa rất chuyên biệt về tư duy thống kê với mục tiêu kiểm soát chất lượng và cải tiến quy trình của các tổ chức và doanh nghiệp: “Tôi định nghĩa tư duy thống kê là các quá trình suy nghĩ, nhận ra sự biến đổi ở xung quanh chúng ta và hiện diện trong mọi thứ chúng ta làm, tất cả công việc là một

chuỗi các quá trình liên kết với nhau, và việc xác định, mô tả đặc điểm, định lượng, kiểm soát và giảm sự biến đổi mang lại cơ hội cải tiến” [11].

Trong khuôn khổ của bài báo này, chúng tôi dành sự quan tâm nhiều hơn đến năm cách tư duy được xem là cơ bản của thống kê: Nhận thức về nhu cầu đối với dữ liệu; Transnumeration; Xem xét sự biến thiên; Lập luận với các mô hình thống kê; Tích hợp thống kê và ngữ cảnh.

### **Nhận thức về nhu cầu đối với dữ liệu**

Bằng chứng từ kinh nghiệm hoặc giai thoại của chính một người có thể không đáng tin cậy và gây ra những sai lầm cho việc đánh giá và ra quyết định. Do đó, trong một cuộc điều tra thống kê người ta không thể tin tưởng vào các đánh giá cho một vấn đề nếu không thu thập và phân tích dữ liệu đúng cách. Dữ liệu được thu thập đúng cách được coi là yêu cầu hàng đầu cho các phán đoán đáng tin cậy về các tình huống thực tế.

### **Transnumeration**

Kiểu tư duy này có nghĩa là “thay đổi cách biểu diễn để tạo ra sự hiểu biết”. Nếu một người tư duy về hệ thống thực và hệ thống thống kê từ góc độ mô hình hóa thì kiểu tư duy này xảy ra khi (1) đo lường để “nắm bắt” các phẩm chất hoặc đặc điểm của tình huống thực được tìm thấy; (2) dữ liệu thu thập được chuyển đổi từ dữ liệu thô thành nhiều biểu diễn đồ họa, tóm tắt thống kê, v.v... trong một điều tra, nghiên cứu để thu được ý nghĩa từ dữ liệu; và (3) ý nghĩa từ dữ liệu hoặc phán đoán, phải được truyền đạt dưới dạng người khác có thể hiểu được về tình hình thực tế.

### **Xem xét sự biến thiên**

Đây là kiểu tư duy xuất phát từ việc nhận thấy có sự biến thiên trong một tình huống thực tế, sau đó ảnh hưởng đến các chiến lược được áp dụng trong giai đoạn thiết kế và quản lý dữ liệu. Sự biến thiên tiếp tục xảy ra trong các giai đoạn phân tích và kết luận thông qua việc xác định cách mà chúng ta hành động khi có sự biến thiên, có thể là bỏ qua, lập kế hoạch hoặc kiểm soát sự biến thiên. Chúng ta phải hiểu biết về cách sự biến thiên phát sinh và được truyền qua dữ liệu, và sự không chắc chắn gây ra bởi sự biến thiên không giải thích được. Trong khi, công việc dự đoán, tìm kiếm lời giải thích, tìm nguyên nhân và hỏi học trong phạm vi ngữ cảnh là nhiệm vụ của thống kê ứng dụng. Do đó, chúng ta cần tìm kiếm và mô tả đặc điểm của mẫu trong sự biến thiên, và cố gắng hiểu chúng theo ngữ cảnh trong một nỗ lực giải quyết vấn đề. Việc xem xét các tác động của sự biến thiên trong dữ liệu ảnh hưởng đến tư duy trong mọi giai đoạn của chu kỳ điều tra.

### **Lập luận với các mô hình thống kê**

Các mô hình thống kê chủ yếu là những mô hình được phát triển để phân tích dữ liệu và thuật ngữ “mô hình thống kê” thường được hiểu là mô hình hồi quy hoặc mô hình chuỗi thời gian. Tuy nhiên, ngay cả những công cụ đơn giản hơn nhiều như đồ thị thống kê cũng có thể được coi là mô hình thống kê vì chúng là các cách để biểu diễn và tư duy thống kê về thế giới thực. Khi chúng ta sử dụng các mô hình thống kê để lý luận, trọng tâm là lý luận dựa trên tổng hợp hơn là lý luận dựa trên cá nhân. Lý luận dựa trên cá nhân thích hợp tập trung vào các quan sát đơn lẻ mà không cố gắng liên kết chúng để có cái nhìn bao quát, rộng hơn về tập dữ liệu, trong khi lý luận dựa trên tổng hợp quan tâm đến các mẫu và mối quan hệ trong toàn bộ tập dữ liệu. Một cuộc đối thoại được thiết lập giữa dữ liệu và mô hình thống kê. Các mô hình có thể cho phép chúng ta tìm ra các kiểu mẫu trong dữ liệu, tìm thấy các xu hướng của nhóm và nhìn thấy sự biến thiên về các kiểu mẫu này thông qua ý tưởng phân phối. Các mô hình cho phép chúng ta tóm tắt dữ liệu theo nhiều cách tùy thuộc vào bản chất của dữ liệu. Ví dụ: đồ thị, trung tâm, độ phân tán, phần tử ngoại lai, phần dư, khoảng tin cậy và giá trị p được đọc, diễn giải và lập luận nhằm tìm kiếm bằng chứng để dựa

vào đó đưa ra phán đoán. Các loại mô hình thống kê khác nhau dựa trên ý tưởng về “quy trình” đang bắt đầu được sử dụng để lập luận trong các giai đoạn khác của chu trình điều tra [12, 13].

### **Tích hợp thống kê và ngữ cảnh**

Mô hình thống kê phải cho phép nắm bắt được các yếu tố của tình hình thực tế; do đó, dữ liệu kết quả sẽ bao hàm cơ sở tài liệu của các yếu tố này [4], nói chung là bao hàm khối kiến thức ngữ cảnh của riêng chúng. Bởi vì thông tin về tình hình thực tế được chứa đựng trong các biểu diễn, tóm tắt thống kê nên một tổng hợp kiến thức thống kê và ngữ cảnh phải hoạt động để rút ra những gì có thể học được từ dữ liệu trong phạm vi của ngữ cảnh. Tóm lại, Wild và Pfannkuch (1999) cho rằng bản chất ngữ cảnh của vấn đề thống kê là một yếu tố cần thiết và cách các mô hình được liên kết với ngữ cảnh này là nơi xuất hiện tư duy thống kê [13].

Theo cách tiếp cận của Wild và Pfannkuch, có vẻ như định nghĩa về “tư duy thống kê” bao gồm “những gì một nhà thống kê làm”. Các quá trình này rõ ràng liên quan đến, nhưng vượt xa hơn, tóm tắt dữ liệu, giải quyết một vấn đề cụ thể, lập luận thông qua một thủ tục và giải thích kết luận. Có lẽ điều đặc biệt của tư duy thống kê, ngoài khả năng suy luận và hiểu biết, là khả năng nhìn thấy quá trình như một tổng thể (có lặp lại), bao gồm cả “tại sao”, để hiểu mối quan hệ và ý nghĩa của sự biến thiên trong quá trình này, để có khả năng khám phá dữ liệu theo những cách ngoài những gì đã được quy định trong văn bản và để tạo ra những câu hỏi mới ngoài những câu hỏi chính theo yêu cầu của cuộc điều tra. Trong khi khả năng đọc viết có thể được hiểu một cách hẹp là hiểu và giải thích thông tin thống kê được trình bày, ví dụ như trên các phương tiện truyền thông, và lý luận có thể được coi là làm việc thông qua các công cụ và khái niệm được học trong khóa học, khả năng tư duy thống kê của một người có thể vượt ra ngoài những gì được dạy trong khóa học, để tự đặt câu hỏi và điều tra các vấn đề và dữ liệu liên quan trong một bối cảnh cụ thể.

### **2.5. Khác biệt giữa năng lực tư duy thống kê và năng lực tư duy toán học**

Mặc dù thống kê là một ngành sử dụng toán học và xác suất nhưng Moore (1992) cho rằng xác suất là một lĩnh vực toán học, trong khi thống kê thì không [14]. Thống kê không bắt nguồn từ toán học mà là một ngành độc lập với những ý tưởng cốt lõi của riêng nó chứ không phải là, chẳng hạn, một nhánh của toán học [10]. Nó là một logic thống nhất của khoa học thực nghiệm, phần lớn đã phát triển như một ngành học mới kể từ đầu thế kỷ 20. Cobb *et al* (1997) cũng nhấn mạnh rằng: “Sự tập trung vào tính biến thiên đương nhiên mang lại cho thống kê một nội dung cụ thể làm cho nó khác biệt với toán học và với các khoa học toán học khác, nhưng còn có nhiều hơn là nội dung phân biệt tư duy thống kê với toán học. Thống kê đòi hỏi một kiểu tư duy khác, bởi vì dữ liệu không chỉ là những con số, chúng là những con số có ngữ cảnh” [4].

Tư duy toán học và tư duy thống kê có thể trái ngược nhau theo một số cách nào đó. Chẳng hạn, toán học khai thác tư duy suy diễn trong khi thống kê sử dụng tư duy quy nạp nhiều hơn. Suy luận về xu hướng nhóm hơn các trường hợp riêng lẻ là cơ bản trong phát triển tư duy thống kê. Tuy nhiên, nghiên cứu của Konold *et al* (1997) cho thấy việc xử lý dữ liệu của học sinh gặp khó khăn trong việc chuyển đổi từ tư duy và so sánh các trường hợp riêng lẻ sang suy luận dựa trên tổng hợp [15]. Chẳng hạn, trong toán học, một phản ví dụ bác bỏ một phỏng đoán hoặc tuyên bố, trong khi trong thống kê, một phản ví dụ (một trường hợp riêng lẻ) không bác bỏ một lý thuyết liên quan đến xu hướng nhóm.

Học sinh có thể đánh đồng thống kê với toán học và mong muốn trọng tâm là các con số, phép tính, công thức và một câu trả lời đúng. Họ không thoải mái với sự lộn xộn của dữ liệu, các cách giải thích khác nhau có thể dựa trên các giả định khác nhau. Trên thực tế, cách sử dụng các con số trong toán học và thống kê cũng khác nhau. Toán học chủ yếu giải quyết các con số, phép toán, tổng quát hóa và “trừu tượng hóa”, trong khi đối với thống kê thì “dữ liệu được liên kết với một ngữ cảnh”, điều này cần thiết cho suy luận thống kê cũng như mô hình hóa toán học. Do đó,

khi thực hiện điều tra thống kê, người ta phải biết bản chất của dữ liệu; nghĩa là, chúng được sinh ra từ đâu và như thế nào để có thể tiếp tục phân tích và rút ra một số kết luận. Ngược lại, toán học có thể dựa vào bối cảnh để tạo động lực trong lớp học, hoặc như một nguồn gốc của các vấn đề nghiên cứu, nhưng mục tiêu của nó là trừu tượng hóa, tìm ra các mẫu và tổng quát hóa; bối cảnh phải được đặt sang một bên để nắm bắt mô hình và cấu trúc. Nói một cách khác, trong toán học, bối cảnh che khuất cấu trúc... trong phân tích dữ liệu, bối cảnh cung cấp ý nghĩa [4]. Ngoài ra, bối cảnh trong nhiều bài toán thống kê có thể đánh lừa học sinh, khiến họ dựa vào kinh nghiệm và trực giác sai lầm của mình để đưa ra câu trả lời, thay vì chọn một thủ tục thống kê thích hợp. Hơn nữa, trong phân tích dữ liệu, trọng tâm là trả lời các câu hỏi thực tế hơn là cố gắng đưa những câu hỏi đó vào các lý thuyết đã được thiết lập [16].

Trong toán học, các cấu trúc toán học có thể tồn tại và được quan tâm rất nhiều vì lợi ích của riêng chúng. Ngược lại, trong thống kê, các cấu trúc toán học chỉ là một phương tiện để đi đến một mục đích. Điều này dẫn đến tư duy của một nhà toán học là hướng đến một câu trả lời chính xác cho một câu hỏi gần đúng; trong khi tư duy của một nhà thống kê là hướng đến một câu trả lời gần đúng cho một câu hỏi chính xác hơn.

Sự thay đổi hay sự biến thiên được tìm thấy trong toán học và thống kê nhưng với một ý nghĩa khác. Trong lớp học toán, học sinh nghiên cứu sự phụ thuộc của biến này vào một hay nhiều biến khác và các dạng liên kết giữa các biến. Trong lớp học thống kê, học sinh nghiên cứu về xu hướng biến đổi của các quan sát trong một tập dữ liệu, là một ý tưởng cơ bản hỗ trợ việc hình thành khái niệm phân phối. Sở hữu giá trị trung bình mà bỏ qua độ phân tán là vô ích vì sẽ khó có hình thành sự hiểu biết về phân phối, do đó thiếu toàn bộ mô hình.

Hơn nữa, toán học và thống kê có một cách tiếp cận khác để đo lường. Trong toán học, phép đo đi cùng với các cấu hình không gian, sự biến đổi và trừu tượng của chúng. Ví dụ, ở trường THCS trong một bài toán hình học không gian không cần thước để chỉ hai cạnh của tam giác có độ dài bằng nhau; sự bằng nhau về độ dài có thể được suy ra từ các giả thuyết, định nghĩa và định lý. Mặc dù một con số có thể giúp hiểu hoặc tìm ra bằng chứng, nhưng các số đo của nó không cần phải chính xác và có thể được đánh giá một cách gần đúng. Bởi vì thống kê chủ yếu là để hiểu, đo lường và mô tả thế giới thực, việc thực hiện các số đo hợp lệ là rất quan trọng. Trong bất kỳ cuộc điều tra nào, câu hỏi nghiên cứu phải được xây dựng tốt và dữ liệu phải chính xác.

Tóm lại, toán học và thống kê là những lĩnh vực khác nhau. Toán học được xây dựng dựa trên suy luận suy diễn, chứng minh và chân lý, trong khi thống kê dựa trên suy luận quy nạp, phân tích dữ liệu và sự không chắc chắn [17]. Tư duy thống kê khác với tư duy toán học vì tính đa dạng của sự biến thiên [4] và vì ngữ cảnh vai trò trung tâm của nó trong việc hiểu và giải thích dữ liệu. Cốt lõi của công việc thống kê là hiểu, giải thích và định lượng sự thay đổi trong dữ liệu [18] và nhận biết ngữ cảnh mang lại ý nghĩa cho các câu hỏi thống kê, dữ liệu, mô hình và cách diễn giải.

### **3. KẾT LUẬN**

Giáo viên không chỉ phải trao cơ hội cho học sinh tham gia vào việc giải quyết vấn đề thống kê mà còn phải nhận ra khi nào học sinh áp dụng tư duy toán học vào thống kê và hướng dẫn học sinh giải thích vấn đề, quy trình và giải pháp thông qua lăng kính thống kê.

Trên thực tế, mỗi công dân sẽ hiếm khi có cơ hội kiểm soát tất cả các giai đoạn của quá trình điều tra thống kê, đặc biệt là khi họ chỉ có dữ liệu khả dụng do người khác thu thập. Trong trường hợp này, các năng lực và tư duy của thống kê ngày càng trở nên quan trọng hơn khi chúng khuyến khích sử dụng những dữ liệu đó một cách thận trọng hơn thay vì vội vàng. Đó là lý do các công dân trong xã hội hiện đại ngày nay cần trang bị kiến thức cơ bản về thống kê, bao gồm các khái niệm và năng lực tư duy của thống kê.

Tư duy thống kê xuất hiện khi vấn đề đưa ra cho học sinh buộc họ phải sử dụng dữ liệu để trả lời. Họ phải hình thành trong tâm trí về quá trình từ khi bắt đầu đến khi trả lời cho câu hỏi thống

kê đặt ra. Chẳng hạn, dữ liệu nào nên được thu thập và cách thu thập? Phương pháp thống kê gì nên được sử dụng để phân tích dữ liệu? v.v...

Mỗi người có thể sử dụng các cách tư duy khác nhau để giải quyết đa dạng những vấn đề được đặt ra trong thế giới thực, chẳng hạn các kiểu tư duy trong thống kê, toán học và máy tính. Tuy nhiên, các kiểu tư duy được sử dụng trong phân tích dữ liệu khác với các kiểu tư duy được sử dụng khi làm việc với các dẫn xuất toán học, hoặc khi viết mã chương trình của máy tính.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. OECD - Assessing scientific, reading and mathematical literacy: A framework for PISA 2006.
2. Wilks S.S. - Undergraduate Statistical Education, *Journal of the American Statistical Association* **46** (253) (1951)1-18. <https://doi.org/10.2307/2280089>
3. Bộ Giáo dục và Đào tạo - Chương trình giáo dục phổ thông môn toán (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/BGDĐT ngày 26 tháng 12 năm 2018 của Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo.
4. Cobb G. W., & Moore D. S. - Mathematics, statistics, and teaching. *The American Mathematical Monthly* **104** (9) (1997) 801-823.
5. Carlson, M.A., Arnold, E.G., & Bolte, B. - Stepping into statistical thinking. *Mathematics Teacher: Learning and Teaching PK-12* **113** (9) (2020) 715-722.
6. Meier, B. & Nguyễn Văn Cường - Lí luận dạy học hiện đại. Cơ sở đổi mới mục tiêu, nội dung và phương pháp dạy học. NXB Đại học Sư phạm, 2018, tr.68.
7. Niss, M. & Højgaard, T. - Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics, Springer Nature B.V* **102** (2019) 9-28.
8. Franklin, Christine A., Anna E. Bargagliotti, Catherine A. Case, Gary D. Kader, Richard L. Scheaffer, and Denise A. Spangler - Statistical Education of Teachers (SET) Report. Alexandria, VA: American Statistical Association (2015).
9. Lê Thị Hoài Châu - Dạy học Thống kê – Xác suất ở tiểu học. NXB Đại học Sư phạm thành phố Hồ Chí Minh, 2020, tr.18.
10. Moore, D. S. - Statistics among the liberal arts. *Journal of the American Statistical Association* **93** (444) (1998) 1253-1259.
11. Snee, R. D. Statistical thinking and its contribution to total quality. *The American Statistician* **44** (2) (1990), 116-121.
12. Joiner, B. - Fourth Generation Munugement. New York: McGraw-Hill Inc (1994).
13. Wild, C. J., & Pfannkuch, M. - Statistical thinking in empirical enquiry. *International statistical review*, **67** (3) (1999) 223-248.
14. Moore, D. S. - Teaching statistics as a respectable subject. *Statistics for the twenty-first century* (1992) 14-25.
15. Konold, C., Pollatsek, A., Well, A., & Gagnon, A. - Students analyzing data: Research of critical barriers. *Research on the role of technology in teaching and learning statistics* (1997), pp. 151.
16. Scheaffer, R. L. - Statistics and quantitative literacy. *Quantitative literacy: Why numeracy matters for schools and colleges* (2003) 145-152.



17. Peck, R., Gould, R., Miller, S. J., Wilson, P. S., & Zbiek, R. M. - Developing Essential Understanding of Statistics for Teaching Mathematics in Grades 9–12. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics (2013).
18. Franklin, Christine A., Gary D. Kader, Denise A. Mewborn, Jerry Moreno, Roxy Peck, Mike Perry, and Richard Scheaffer - Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) Report: A pre-K–12 Curriculum Framework. Alexandria, VA: American Statistical Association (2007).

## **ABSTRACT**

### **DIFFERENCE BETWEEN STATISTICS MIND AND MATHEMATICS THINKING IN TEACHING MATH**

Nguyen Truong Sinh\*, Nguyen Van Hieu  
*Ho Chi Minh City University of Food Industry*  
\*Email: *sinhnt@hufi.edu.vn*

More and more countries are implementing an approach to teaching mathematics in high schools in the direction of developing mathematical competence. Vietnam's 2018 Mathematics general education program has clearly demonstrated an innovative point of view in this approach. In which, forming and developing mathematical thinking and statistical thinking abilities is one of the important goals of teaching mathematics. The article wants to clarify the difference between statistical thinking capacity and mathematical thinking capacity, how to distinguish and choose between them to solve problems. The purpose is to support the construction and organization of teaching activities of teachers.

*Keywords:* Competencies, statistics, teaching, math, thinking.